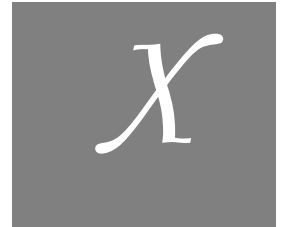


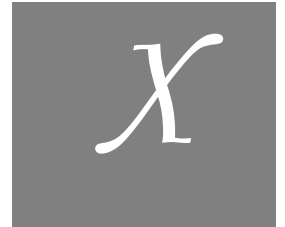
<b>Problema I.</b>	<b>Parțial</b>	<b>Punctaj</b>
<b>Barem subiect I</b>		<b>10 p</b>
<p>a) <math>m_1 \cdot a = m_1 g \sin \alpha - T - \mu_1 m_1 g \cos \alpha</math>  <math>m_2 \cdot a = m_2 g \sin \alpha + T - \mu_2 m_2 g \cos \alpha</math></p> $a = \frac{(m_1 + m_2) g \sin \alpha - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g \cos \alpha}{m_1 + m_2} \quad a = 2,9 \frac{m}{s^2}$ $T = \frac{m_1 m_2 g (\mu_1 - \mu_2) \cos \alpha}{m_1 + m_2} \quad T = 0,36N$	<p>1p</p> <p>1p</p>	<p>2p</p>
<p>b) După ce corpul de masă <math>m_1</math> ajunge la blocator, tensiunea din fir se anulează cele două corpuri deplasându-se cu accelerațiile</p> $a_2 = g (\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha) = 2 \frac{m}{s^2}$ $ a_{\text{urcare}}  = g (\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha) = 6,5 \frac{m}{s^2}$ $a_{1c} = g (\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha) = 3,5 \frac{m}{s^2}$ <p>Înainte ca <math>m_1</math> să atingă blocatorul corpurile au vitezele egale <math>v_1 = v_2 = \sqrt{2 \cdot a(L-l)}</math></p> $v_1 = v_2 = \sqrt{2 \cdot 2,9 \frac{m}{s^2} (8m - 4m)} = 4,8166 \frac{m}{s} \approx 4,82 \frac{m}{s}$ <p>După ciocnirea cu blocatorul corpul de masă <math>m_1</math> urcă cu viteza inițială <math>v_1' = k \cdot v_1</math> într-un timp</p>	<p>1p</p> <p>1p</p>	<p>3p</p>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



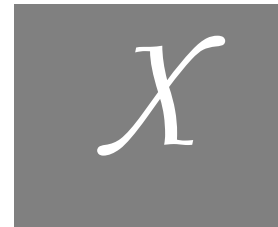
<p><math>t_u = \frac{k \cdot v_1}{a_{1u}}</math> parcurgând distanța <math>d = \frac{(k \cdot v_1)^2}{2 \cdot a_{1u}}</math>. Timpul de coborâre <math>t_c = \sqrt{\frac{2d}{a_{1c}}} = \frac{k \cdot v_1}{\sqrt{a_{1c} \cdot a_{1u}}}</math></p> <p>Din condiția ca <math>m_2</math> să ciocnescă pe <math>m_1</math> pâna la a doua atingere a blocatorului de către <math>m_1</math> în timpul <math>T = t_u + t_c</math> corpul de masă <math>m_2</math> parcurge distanța de la mijlocul planului până la blocator, adică <math>L - l = 4m</math></p> $L - l = v_2 \cdot T + \frac{a_2 T^2}{2}$ <p>După rezolvarea ecuației de gradul al doilea în care <math>T = k \cdot 1,75</math></p> <p><math>3k^2 + 8,43k - 4 = 0</math> rezultă soluția convenabilă <math>k \approx 0,41 \approx 0,4</math> ca fiind valoarea minimă a coeficientului de restituire ,pentru valori mai mici , corpul de masă <math>m_1</math> va atinge de mai multe ori blocatorul pâna să fie ciocnit de <math>m_2</math>.</p>	<b>1p</b>	
<p>c) Pentru valoarea lui <math>k = 0,8</math> corpul de masă <math>m_1</math> va urca cu o viteză inițială</p> <p><math>v_1 = 0,8 \cdot 4,8166 \frac{m}{s} \approx 3,85 \frac{m}{s}</math> Din condiția de întâlnire <math>L - l = v_2 \cdot t + \frac{a_2 t^2}{2} + v_1 \cdot t - \frac{a_{1u} t^2}{2}</math></p> <p><math>4 = 4,82t + \frac{2t^2}{2} + 3,85t - \frac{6,5t^2}{2} \quad 2,25t^2 - 8,67t + 4 = 0 \Rightarrow t = 0,415s</math></p> <p>Vitezele celor două corpuri înainte de ciocnire vor fi</p> <p><math>u_1 = (3,85 - 6,5 \cdot 0,415) \frac{m}{s} = 1,15 \frac{m}{s}</math></p> <p><math>u_2 = (4,82 + 2 \cdot 0,415) \frac{m}{s}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>m_2 \cdot u_2 - m_1 \cdot u_1 = (m_1 + m_2)u</math></p> <p>După ciocnirea plastică</p> <p><math>u = \frac{0,4 \cdot 5,65 - 0,6 \cdot 1,115}{0,6 + 0,4} \frac{m}{s} = 1,57 \frac{m}{s}</math> orientată spre baza planului</p>	<b>1p</b>	<b>4p</b>
	<b>0,5p</b>	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



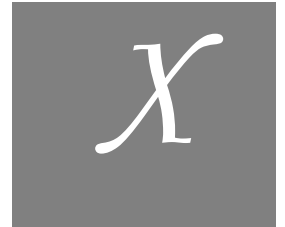
<p>Corpurile s-au întâlnit la distanța</p> $d_1 = 3,85 \cdot 0,415 - \frac{6,5 \cdot (0,415)^2}{2} (m)$ $d_1 = 1,598m - 0,56m = 1,04m$ <p>Viteza corpului cu masa <math>m_1 + m_2</math> cu care acesta ciocnește blocatorul</p> $u_0 = \sqrt{u^2 + 2 \cdot a_c \cdot d_1} = 2,57 \frac{m}{s}$ <p>Imediat după ciocnire noul corp va avea viteza</p> $u_i = 0,8 \cdot 2,57 \frac{m}{s} = 2,06 \frac{m}{s}$	<b>0,5p</b>	
<p>Noul corp se va deplasa pe planul înclinat cu accelerațiile</p> $a_c = \frac{(m_1 + m_2) g \sin \alpha - (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g \cos \alpha}{m_1 + m_2}$ $a_u = - \frac{(m_1 + m_2) g \sin \alpha + (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2) g \cos \alpha}{m_1 + m_2}$	<b>0,5p</b>	
<p>Valorile numerice în modul</p> $a_c = 2,9 \frac{m}{s^2}; a_u = 7,1 \frac{m}{s^2}$ <p>La prima urcare după ciocnirea blocatorului</p> $t_{1u} = \frac{u_i}{a_u} \quad d_1 = \frac{u_i^2}{2a_u} \quad t_{1c} = \sqrt{\frac{2d_1}{a_c}} = \frac{u_i}{\sqrt{a_u a_c}}$ $u_2 = a_c t_{1c} = a_c \frac{u_i}{\sqrt{a_c a_u}} \quad u_2 = k \cdot u_i = k \cdot a_c \frac{u_i}{\sqrt{a_c a_u}}$ $t_{2u} = \frac{u_2}{a_u} = \frac{k a_c u_i}{a_u \sqrt{a_c a_u}} \quad d_2 = \frac{u_2^2}{2a_u} \quad t_{2c} = \sqrt{\frac{2d_2}{a_c}} = \frac{u_2^2}{\sqrt{a_u a_c}} = \frac{k a_c u_i}{(\sqrt{a_u a_c})^2}$ $u_3 = a_c t_{2c} = \frac{k a_c^2 u_i}{(\sqrt{a_c a_u})^2} \quad u_3 = k \cdot u_3 = \frac{k^2 \cdot a_c^2 u_i}{(\sqrt{a_c a_u})^2}$	<b>0,5p</b>	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



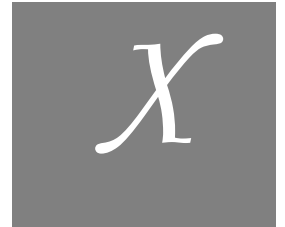
$t_{3u} = \frac{u_3}{a_u} = \frac{k^2 a_c^2 u_i}{a_u (\sqrt{a_c a_u})^2} \quad d_3 = \frac{u_3^2}{2a_u} \quad t_{3c} = \sqrt{\frac{2d_3}{a_c}} = \frac{k^2 a_c^2 u_i}{(\sqrt{a_u a_c})^3}$ $u_4 = a_c t_{3c} = \frac{k^2 a_c^3 u_i}{(\sqrt{a_c a_u})^3} \quad u_4 = k \cdot u_4 = \frac{k^3 \cdot a_c^3 u_i}{(\sqrt{a_c a_u})^3}$ $t_{4u} = \frac{u_4}{a_u} = \frac{k^3 a_c^3 u_i}{a_u (\sqrt{a_c a_u})^3} \quad d_4 = \frac{u_4^2}{2a_u} \quad t_{4c} = \sqrt{\frac{2d_4}{a_c}} = \frac{k^3 a_c^3 u_i}{(\sqrt{a_u a_c})^4}$ <p>Timpul</p> $T = \frac{u_i}{a_u} \left( 1 + \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} + \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^2 + \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^3 + \dots + \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^n \right) +$ $\frac{u_i}{\sqrt{a_u a_c}} \left( 1 + \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} + \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^2 + \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^3 + \dots + \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^n \right)$ $T = \left( 1 + \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} + \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^2 + \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^3 + \dots + \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^n \right) \left( \frac{u_i}{a_u} + \frac{u_i}{\sqrt{a_u a_c}} \right)$ $T = \left( \frac{u_i}{a_u} + \frac{u_i}{\sqrt{a_u a_c}} \right) \frac{1 - \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)^{n+1}}{1 - \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)} = \frac{\left( \frac{u_i}{a_u} + \frac{u_i}{\sqrt{a_u a_c}} \right)}{1 - \left( \frac{ka_c}{\sqrt{a_u a_c}} \right)} \cdot u_i \left( \frac{1}{a_u} + \frac{1}{\sqrt{a_u a_c}} \right)$ $T = \frac{2,06 \left( \frac{1}{7,1} + \frac{1}{\sqrt{7,1 \cdot 2,9}} \right)}{1 - \left( \frac{0,8 \cdot 2,9}{\sqrt{7,1 \cdot 2,9}} \right)} s \approx 1,52s$	0,5p	
	0,5p	

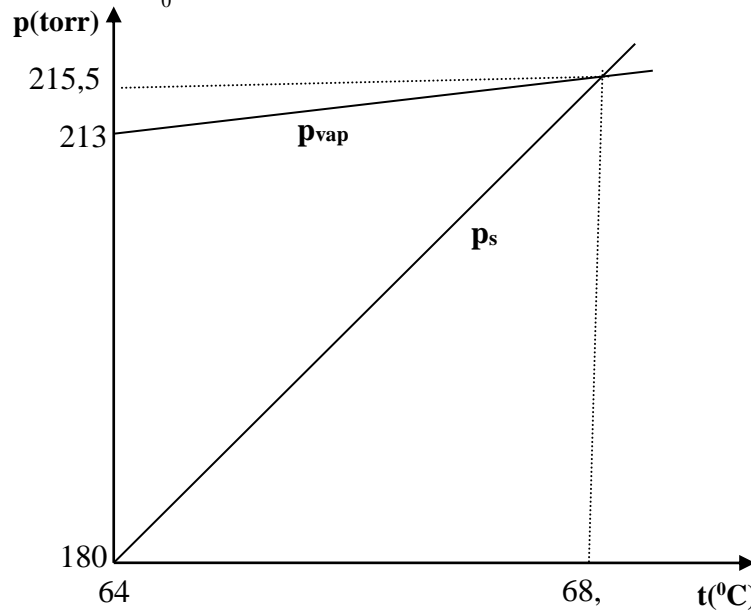
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



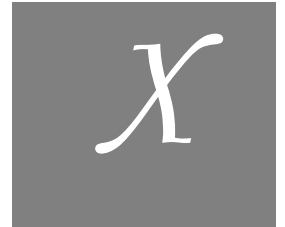
Oficiu		1 p
<b>Problema II</b>	Parțial	Punctaj
<b>Barem subiect II</b>		10 p
<b>A.</b>		3p
<p>a) Condiția de transformare izoterma <math>pV = p_0V_0</math></p> <p>Impartind cu m, masa aerului obținem: <math>\frac{pV}{m} = \frac{p_0V_0}{m} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0 p}{p_0}</math></p> <p><math>p_0V_0 = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow \frac{\rho_0}{\mu} = \frac{\mu}{RT}</math>; substituind în <math>p = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}} \Rightarrow p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}</math></p>	1p	1p
<p>b) Dacă n este, numărul de molecule pe unitatea de volumul și <math>m_0</math> masa fiecărei molecule, atunci:</p> <p><math>\rho = m_0 n</math> și <math>\rho_0 = m_0 n_0 \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{n}{n_0}</math> dar <math>\rho = \frac{p \rho_0}{p_0} \Rightarrow \frac{p}{p_0} = \frac{n}{n_0}</math></p> <p>Tinând cont de relația <math>p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \Rightarrow n = n_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}</math></p>	1p	1p
<p>c) <math>\frac{p}{p_0} = \frac{1}{2} = e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \Rightarrow h = 54 Km</math></p>	1p	1p
<b>B.</b>		6p
<p>a) Masa vaporilor pe care îi poate conține volumul V la temperatura <math>t_1 = 23^0 C</math> este:</p> <p><math>m_s = \rho_s V</math>, unde <math>\rho_s = 20,5 g / m^3</math>. Se obține astfel: <math>m_{vap} \approx 0,102 g</math>.</p> <p>Astfel, nu toată apa se vaporizează, iar vaporii vor fi saturați.</p> <p>Presiunea din vas este: <math>p = p_{aer} + p_{vap}</math>.</p> <p>Presiunea aerului este: <math>p_{aer} = \frac{p_0 T_1}{T_0}</math>, iar presiunea vaporilor saturați:</p> <p><math>p_{vap} = 21,04 torr</math>.</p> <p>Se obține: <math>p \approx 845,43 torr</math>.</p>	1p	2p
		1p

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



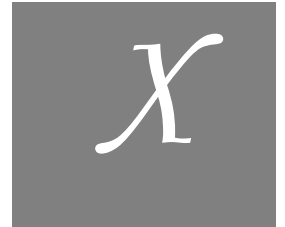
<p>b) Presiunea vaporilor de apă rezultați prin vaporizarea întregii cantități de apă, în funcție de temperatură, are expresia: <math>p = \frac{mRT}{\mu V} \approx 0,632T</math>, unde presiunea este exprimată în torr și temperatura în Kelvin. Pentru temperatura <math>t_1 = 23^\circ C</math>, presiunea vaporilor ar avea valoarea: <math>p_1 = 186,94 \text{ torr}</math>, valoare care nu corespunde cu valorile din tabel. Astfel, se observă că temperatura cerută se încadrează aproximativ în intervalul de temperaturi: <math>(64^\circ C; 68^\circ C)</math>. Pentru a determina temperatura și presiunea la care apa vaporizează complet se reprezintă grafic dreptele: <math>p = f(t)</math> și <math>p_s = f(t)</math> pentru intervalul de temperaturi: <math>(64^\circ C; 68^\circ C)</math>.</p>	<p>1p</p>	
<p>Din grafic se obțin valorile: <math>t_2 \approx 68,1^\circ C</math> și presiunea vaporilor <math>p_{vap2} \approx 216 \text{ torr}</math>.</p>	<p>1p</p>	
<p>Presiunea din vas este: <math>p_2 = \frac{p_0 T_2}{T_0} + p_{vap2}</math>; <math>p_2 \approx 1165,6 \text{ torr}</math>.</p>		
	<p>1p</p>	<p>3p</p>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>c) La temperatura <math>t_3 = 100^0 C</math>, toată masa de apă vaporizează, iar presiunea este:</p> $p_3 = \frac{p_0 T_3}{T_0} + \frac{mRT_3}{\mu V}; p_3 \approx 1274,12 \text{ torr}$	1p	1p
Oficiu		1 p
<b>Problema III</b>		
<b>Barem subiect III</b>		10 p
<b>A.</b>		
<p>a)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="196 961 638 1213"> <p style="text-align: center;">Fig. 1</p> </div> <div data-bbox="821 919 1154 1213"> <p style="text-align: center;">Fig. 2</p> </div> </div>	0,5p	0,5p
<p>b) Cu comutatorul K pe pozitia 1 se masoara curentul prin circuit <math>I = E/R_x</math>. Se trece K pe pozitia 2 si se regleaza <math>R_0</math> pana cand curentul prin acest circuit este egal cu curentul prin circuitul anterior, astfel incat:</p> $\frac{E}{R_x} = \frac{E}{R_0} \text{ si deci } R_x = R_0$	0,5p	0,5p
<p>c) Pentru montajul din Fig. 1 :</p> $R_{\text{masurat}} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_v}}; R_x = \frac{U}{I}$		3p

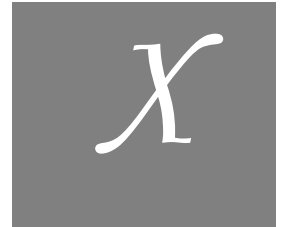
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

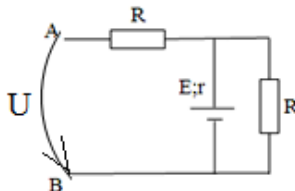
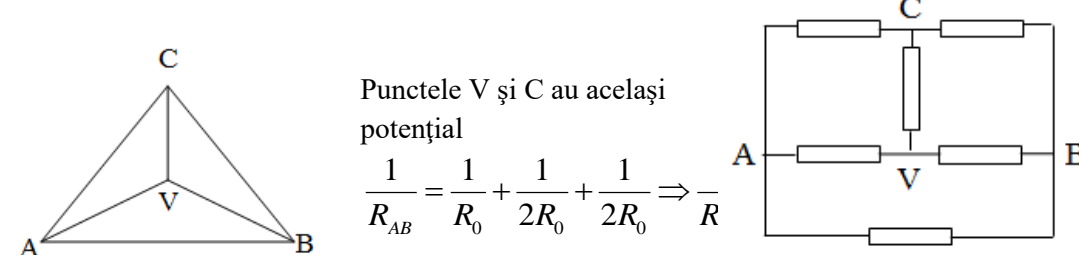


$U_V = E - rI - R_A I = \frac{ER_x R_V}{(r + R_A)(R_x + R_V) + R_x R_V}; \quad R_{\text{masurat}} = \frac{U_V}{I} = \frac{R_x R_V}{R_x + R_V}$ $\varepsilon_1 = \frac{R_{\text{masurat}} - R_x}{R_x} = \frac{R_x}{R_x + R_V}$ <p>Pentru montajul din Fig. 2 :</p>	0,75p	
$R = \frac{U_R}{I_A} = \frac{U_V - U_A}{I_A} = R_{\text{masurat}} - R_A$ $\varepsilon_2 = \frac{R_{\text{masurat}} - R_x}{R_x} = \frac{R_A}{R_x}$ <p>Pentru montajul cu rezistență variabilă :</p>	0,75p	
$I = \frac{E}{R_0 + r}$ $I_A = \frac{E}{R_A + R_0 + r}$ $\Delta I = \frac{ER_A}{(R_A + R_0 + r)(R_0 + r)}; \quad \varepsilon_i = \frac{\Delta I}{I} = \frac{R_A}{R_A + R_0 + r}$	0,75p	
<p>- În cazul montajului din Fig. 1 <math>\varepsilon_1</math> este cu atât mai mic cu cât rezistența circuitului exterior este mai mica; în concluzie montajul oferă o precizie mai bună pentru rezistențe mici.</p>	0,25p	
<p>- În cazul montajului din Fig. 2 <math>\varepsilon_2</math> este cu atât mai mic cu cât rezistența circuitului exterior este mai mare; în concluzie montajul oferă o precizie mai bună pentru rezistențe mari.</p>	0,25p	
<p>- În cazul montajului cu rezistență variabilă cu cât rezistența electrică a circuitului exterior (sau <math>R_0</math>) este mai mare cu atât mai mica este <math>\varepsilon_i</math>; în concluzie, precizia măsurătorii crește cu creșterea rezistenței electrice a circuitului exterior.</p>	0,25p	

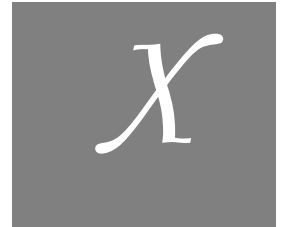
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.





<p><b>B.</b></p>		
<p>a)</p>  $0 = U_{AB} - I \cdot R \Rightarrow U_{AB} = I \cdot R$ $E = I(R + r) \Rightarrow I = \frac{E}{R + r}$ $U_{AB} = \frac{E \cdot R}{R + r}$ $U_{AB} = \frac{75 \cdot 10}{10 + 5} V = 50V$	<p>1p</p> <p>0,5p</p>	
<p>b)</p>  <p>Punctele V și C au același potențial</p> $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{2R_0} + \frac{1}{2R_0} \Rightarrow \frac{1}{R}$ $I = \frac{E}{R_e + r} \Rightarrow R_e = \frac{E}{I} - r \quad R_e = \frac{75}{6} \Omega - 5\Omega = 7,5\Omega$ $\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R + R_{AB}} \Rightarrow R_e = \frac{R(R + R_{AB})}{2R + R_{AB}}$ $R_{AB} = \frac{R(2R_e - R)}{R - R_e} \quad R_{AB} = 20\Omega \Rightarrow R_0 = 40\Omega$	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>c)</p> <p>Punctele A și B au același potențial puntea fiind în echilibru <math>U_{AB} = 0</math></p>	1,5p	1,5p
Oficiu		1 p

Barem propuse de:

prof. Florin Moraru – Colegiul Național „Nicolae Bălcescu”, Brăila  
prof. Victor Stoica – Inspectoratul Școlar al Municipiului București

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.